

数 学

②

数学Ⅱ・数学B

(100点)
(60分)

この問題冊子には、「数学Ⅱ」「数学Ⅱ・数学B」の2科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

工業数理基礎、簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は、大学入試センター試験の出願時に、それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

I 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し、解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～33	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄
受験番号（数字及び英字）を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
 - ② 氏名欄、試験場コード欄
氏名・フリガナ及び試験場コード（数字）を記入しなさい。
 - ③ 解答科目欄
解答する科目を一つ選び、科目の下の○にマークしなさい。マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
- 5 選択問題については、解答する問題を決めたあと、その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし、指定された問題数をこえて解答してはいけません。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**、**イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(－)、数字(0～9)、又は文字(a～d)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に $-8a$ と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**、**イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- 4 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 、 $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ 、 $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数学Ⅱ・数学B

問 題	選 択 方 法
第1問	必 答
第2問	必 答
第3問	いずれか2問を選択し、 解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

数学Ⅱ・数学B

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 連立方程式

$$(*) \begin{cases} xy = 128 & \dots\dots\dots ① \\ \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 y} = \frac{7}{12} & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

を満たす正の実数 x, y を求めよう。ただし、 $x \neq 1, y \neq 1$ とする。①の両辺で2を底とする対数をとると

$$\log_2 x + \log_2 y = \boxed{\text{ア}}$$

が成り立つ。これと②より

$$(\log_2 x)(\log_2 y) = \boxed{\text{イウ}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

したがって、 $\log_2 x$ 、 $\log_2 y$ は2次方程式

$$t^2 - \boxed{\text{エ}}t + \boxed{\text{オカ}} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{③}$$

の解である。③の解は $t = \boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{キ}}$ と $\boxed{\text{ク}}$ は解答の順序を問わない。よって、連立方程式(*)の解は $(x, y) = (\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コサ}})$ または $(x, y) = (\boxed{\text{コサ}}, \boxed{\text{ケ}})$ である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

[2] $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で

$$\sin 4\theta = \cos \theta \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を満たす θ と $\sin \theta$ の値を求めよう。

一般に、すべての x について

$$\cos x = \sin(\boxed{\text{シ}} - x)$$

である。 $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

① π

② $\frac{\pi}{2}$

③ $-\frac{\pi}{2}$

したがって、①が成り立つとき、 $\sin 4\theta = \sin(\boxed{\text{シ}} - \theta)$ となり、

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で 4θ 、 $\boxed{\text{シ}} - \theta$ のとり得る値の範囲を考えれば、

$4\theta = \boxed{\text{シ}} - \theta$ または $4\theta = \pi - (\boxed{\text{シ}} - \theta)$ となる。よって、①を

満たす θ は $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ス}}}$ または $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

$\sin \frac{\pi}{\boxed{\text{ス}}} = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。 $\sin \frac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}$ の値を求めよう。①より

$\boxed{\text{ツ}} \sin 2\theta \cos 2\theta = \cos \theta$

となり、この式の左辺を2倍角の公式を用いて変形すれば

$(\boxed{\text{テ}} \sin \theta - \boxed{\text{ト}} \sin^3 \theta) \cos \theta = \cos \theta$

となる。ここで $\cos \theta > 0$ であるから

$\boxed{\text{ト}} \sin^3 \theta - \boxed{\text{テ}} \sin \theta + 1 = 0 \dots\dots\dots ②$

が成り立つ。 $\sin \theta = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ は②を満たしている。 $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}}$ とする

と、 $\sin \theta \neq \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であるから

$\boxed{\text{ナ}} \sin^2 \theta + \boxed{\text{ニ}} \sin \theta - 1 = 0$

となる。ここで、 $\sin \frac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}} > 0$ より

$\sin \frac{\pi}{\boxed{\text{セソ}}} = \frac{\boxed{\text{ヌネ}} + \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$

である。

数学Ⅱ・数学B

第2問 (必答問題) (配点 30)

k を実数とし、座標平面上に点 $P(1, 0)$ をとる。曲線

$$y = -x^3 + 9x^2 + kx$$

を C とする。

- (1) 点 $Q(t, -t^3 + 9t^2 + kt)$ における曲線 C の接線が点 P を通るとすると

$$- \boxed{\text{ア}} t^3 + \boxed{\text{イウ}} t^2 - \boxed{\text{エオ}} t = k$$

が成り立つ。

$$p(t) = - \boxed{\text{ア}} t^3 + \boxed{\text{イウ}} t^2 - \boxed{\text{エオ}} t$$

とおくと、関数 $p(t)$ は $t = \boxed{\text{カ}}$ で極小値 $\boxed{\text{キク}}$ をとり、 $t = \boxed{\text{ケ}}$ で極大値 $\boxed{\text{コ}}$ をとる。

したがって、点 P を通る曲線 C の接線の本数がちょうど2本となるのは、 k の値が $\boxed{\text{サ}}$ または $\boxed{\text{シス}}$ のときである。また、点 P を通る曲線 C の接線の本数は $k = 5$ のとき $\boxed{\text{セ}}$ 本、 $k = -2$ のとき $\boxed{\text{ソ}}$ 本、 $k = -12$ のとき $\boxed{\text{タ}}$ 本となる。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(2) $k = 0$ とする。曲線

$$y = -x^3 + 6x^2 + 7x$$

を D とする。曲線 C と D の交点の x 座標は と $\frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$ である。

$-1 \leq x \leq 2$ の範囲において、2 曲線 C 、 D および 2 直線 $x = -1$ 、 $x = 2$

で囲まれた二つの図形の面積の和は $\frac{\text{トナ}}{\text{ニ}}$ である。

数学Ⅱ・数学B

第3問 (選択問題) (配点 20)

自然数の列 $1, 2, 3, 4, \dots$ を、次のように群に分ける。

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & | & 2, 3, 4, 5 & | & 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 & | & \dots \\ \text{第1群} & & \text{第2群} & & \text{第3群} & & \end{array}$$

ここで、一般に第 n 群は $(3n - 2)$ 個の項からなるものとする。第 n 群の最後の項を a_n で表す。

(1) $a_1 = 1, a_2 = 5, a_3 = 12, a_4 =$ アイ である。

$$a_n - a_{n-1} = \text{ウ} n - \text{エ} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

が成り立ち

$$a_n = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} n^{\text{キ}} - \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。

よって、600 は、第 コサ 群の小さい方から シス 番目の項である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し, 第 $(n + 1)$ 群の小さい方から $2n$ 番目の項を b_n で表すと

$$b_n = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} n \boxed{\text{タ}} + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} n$$

であり

$$\frac{1}{b_n} = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n + \boxed{\text{ナ}}} \right)$$

が成り立つ。これより

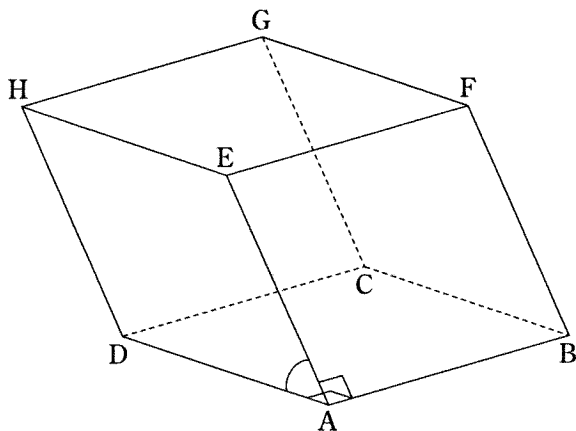
$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k} = \frac{\boxed{\text{ニ}} n}{\boxed{\text{ヌ}} n + \boxed{\text{ネ}}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となる。

数学Ⅱ・数学B

第4問 (選択問題) (配点 20)

二つずつ平行な三組の平面で囲まれた立体を平行六面体という。辺の長さがすべて1の平行六面体 ABCD-EFGH があり、 $\angle EAB = \angle DAB = \frac{\pi}{2}$ 、 $\angle EAD = \frac{\pi}{3}$ である。 $\vec{AB} = \vec{p}$ 、 $\vec{AD} = \vec{q}$ 、 $\vec{AE} = \vec{r}$ とおく。



$0 < a < 1$ 、 $0 < b < 1$ とする。辺 AB を $a : (1 - a)$ の比に内分する点を X、辺 BF を $b : (1 - b)$ の比に内分する点を Y とする。点 X を通り直線 AH に平行な直線と辺 GH との交点を Z とする。三角形 XYZ を含む平面を α とする。

(1) $\vec{p} \cdot \vec{q} = \vec{p} \cdot \vec{r} = \boxed{\text{ア}}$ 、 $\vec{q} \cdot \vec{r} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。ベクトル \vec{XY} は、 a 、

b 、 \vec{p} 、 \vec{r} を用いて $\vec{XY} = \left(1 - \boxed{\text{エ}}\right) \vec{p} + \boxed{\text{オ}} \vec{r}$ と表される。

$\vec{EC} \cdot \vec{XZ} = \boxed{\text{カ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(2) 直線 EC と平面 α が垂直に交わるとし、交点を K とする。 \vec{EC} が三角形 XYZ の 2 辺と垂直であることから、 $\boxed{\text{キ}}$ $a + b = \boxed{\text{ク}}$ が成り立つ。

以下では、 $b = \frac{1}{2}$ とする。このとき $a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。 \vec{EK} を実数 c を

用いて $\vec{EK} = c\vec{EC}$ と表すと、 $\vec{AK} = \vec{AE} + c\vec{EC}$ である。一方、点 K は平面 α 上にあるから、 \vec{AK} は実数 s, t を用いて

$$\begin{aligned} \vec{AK} &= \vec{AX} + s\vec{XY} + t\vec{XZ} \\ &= \left(\frac{1}{\boxed{\text{サ}}}s + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \right) \vec{p} + t\vec{q} + \left(\frac{1}{\boxed{\text{シ}}}s + t \right) \vec{r} \end{aligned}$$

と表される。これらより、 $c = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。よって、点 E と平面 α との

距離 $|\vec{EK}|$ は $\frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ となる。

数学Ⅱ・数学B

第5問 (選択問題) (配点 20)

次の表は、高等学校のある部に入部した20人の生徒について、右手と左手の握力(単位 kg)を測定した結果である。測定は10人ずつの二つのグループについて行われた。ただし、表中の数値はすべて正確な値であり、四捨五入されていないものとする。

第1グループ

番号	右手の握力	左手の握力	左右の握力の平均値
1	50	49	49.5
2	52	48	50.0
3	46	50	48.0
4	42	44	43.0
5	43	42	42.5
6	35	36	35.5
7	48	49	48.5
8	47	41	44.0
9	50	50	50.0
10	37	36	36.5
平均値	A	44.5	44.75
中央値	46.5	46.0	
分散	29.00	27.65	

第2グループ

番号	右手の握力	左手の握力	左右の握力の平均値
11	31	34	32.5
12	33	31	32.0
13	48	44	46.0
14	42	38	40.0
15	51	45	48.0
16	49	B	E
17	39	33	36.0
18	45	41	43.0
19	45	C	F
20	47	42	44.5
平均値	43.0	D	41.25
中央値	45.0	40.5	
分散	41.00	26.25	

以下、小数の形で解答する場合は、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し、解答せよ。途中で割り切れた場合は、指定された桁まで○にマークすること。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(1) 第1グループに属する10人の右手の握力について、平均値 A は . kg である。

また、20人全員の右手の握力について、平均値 M は . kg, 中央値は . kg である。

(2) 右手の握力について、20人全員の平均値 M からの偏差の2乗の和を、二つのグループそれぞれについて求めると、第1グループでは であり、第2グループでは420である。したがって、20人全員の右手の握力について、標準偏差 S の値は . kg である。

(3) t を正の実数とする。20人全員の右手の握力の平均値 M と標準偏差 S を用いて、 $M - tS$ より大きく $M + tS$ より小さい範囲を考える。

20人全員の中で、右手の握力の値がこの範囲に入っている生徒の人数を $N(t)$ とするとき、 $N(1) =$ であり、 $N(2) =$ である。

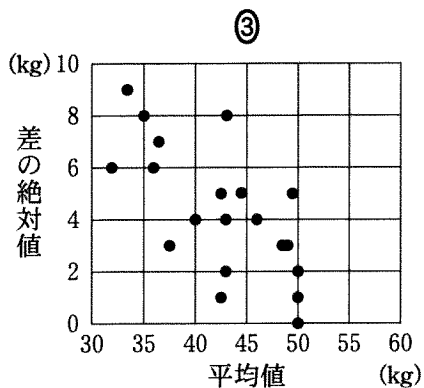
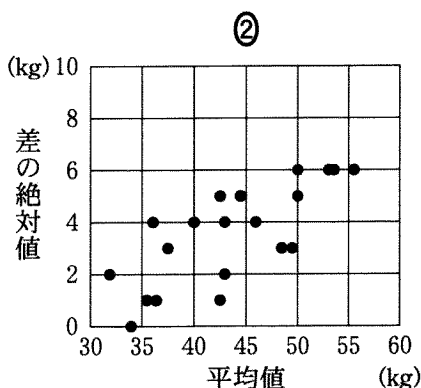
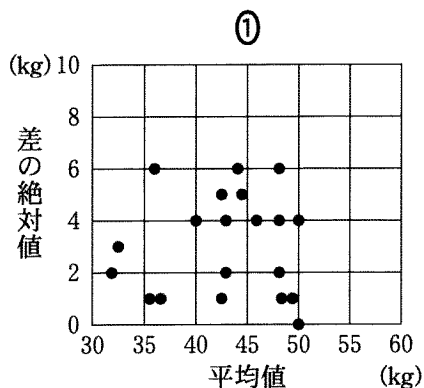
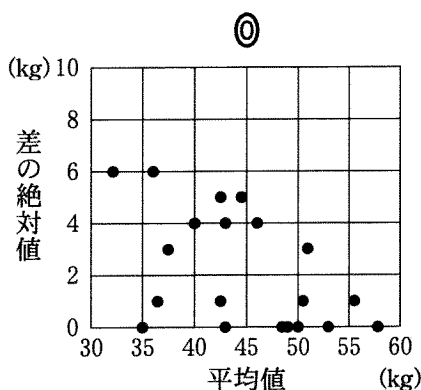
(4) 第2グループに属する10人の左手の握力について、平均値 D は . kg であり、中央値が40.5 kg であるから、 B の値は kg, C の値は kg である。ただし、 B の値は C の値より大きいものとする。これより、 E と F の値も定まる。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (5) 20人の各生徒について、右手と左手の握力の平均値と、右手と左手の握力の差の絶対値を求めた。握力の平均値については、最初にあげた表の「左右の握力の平均値」の列に示している。

握力の平均値を横軸に、握力の差の絶対値を縦軸にとった相関図(散布図)として適切なものは **ハ** であり、相関係数の値は **ヒ** に最も近い。したがって、この20人については、**フ**。**ハ** に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。



(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

ヒ に当てはまるものを，次の①～④のうちから一つ選べ。

- ① -0.9 ② -0.5 ③ 0.0 ④ 0.5 ⑤ 0.9

フ に当てはまるものを，次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が増加する傾向が認められる
- ② 握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が増加する傾向も減少する傾向も認められない
- ③ 握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が減少する傾向が認められる

数学Ⅱ・数学B

第6問 (選択問題) (配点 20)

自然数 N を三つの自然数 a, b, c の和として表す方法の総数を求める。ただし, a, b, c は $a \leq b \leq c$ を満たすとする。

次のように考えよう。まず, a のとり得る値の範囲を求め, 次に, その範囲にある a の各値について, $a + b + c = N$ となる自然数 b, c ($a \leq b \leq c$) の組を数える。

(1) $a \leq b \leq c$ より, a のとり得る値は $\frac{N}{\boxed{\text{ア}}}$ 以下のすべての自然数である。

(2) $N = 20$ とする。このとき, a のとり得る最大の数は $\boxed{\text{イ}}$ であり, さらに, $a = 3$ のとき, b, c ($3 \leq b \leq c$) の組は全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個である。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (3) 自然数 N を三つの自然数 a, b, c ($a \leq b \leq c$) の和として表す方法の総数を求めるため、以下のような〔プログラム〕を作成した。ただし、 $\text{INT}(X)$ は X を超えない最大の整数を表す関数である。

〔プログラム〕

```

100 INPUT N
110 LET X=0
120 FOR A=1 TO INT(N/  )
130   LET 
140 NEXT A
150 PRINT "N=";N;" のとき、総数は ";X;" 通りである "
160 END

```

に当てはまるものを、次の①～⑤の中から一つ選べ。

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| ① $X=X+1$ | ⑥ $X=X+\text{INT}(A/2)-1$ |
| ② $X=X+A+3$ | ⑦ $X=X+2*\text{INT}(A/2)+3$ |
| ③ $X=X+\text{INT}((N-A)/2)-2$ | ⑧ $X=X+\text{INT}((N-A)/2)-A+1$ |

〔プログラム〕を実行して、 N に 13 を入力したとき、130 行は 回実行され、150 行で出力される X の値は である。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (4) 一般に、三つの正の数について、どの二つの数の和も残りの数より大きければ、それらを三辺の長さとする三角形が存在する。逆に、すべての三角形において、どの二辺の長さの和も残りの一辺の長さより大きい。

この事実を用いて、自然数 N を三角形の三辺の長さとなり得る三つの自然数 a, b, c ($a \leq b \leq c$) の和として表す方法をすべて列挙し、その総数を求める。そのためには、(3)の〔プログラム〕の 130 行を削除して、次の 131 行～137 行を追加すればよい。

```
131   FOR B= ク
132       LET C= ケ
133       IF コ THEN
134           PRINT "(";A;",";B;",";C;")"
135           LET サ
136       END IF
137   NEXT B
```

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

ク に当てはまるものを、次の①～⑤の中から一つ選べ。

- | | | | |
|---|-----------------------------|---|-------------------------------|
| ① | $1 \text{ TO INT}(N/2)$ | ⑥ | $1 \text{ TO INT}((N-A)/2)$ |
| ② | $A \text{ TO } N$ | ⑦ | $A \text{ TO } N-1$ |
| ③ | $A \text{ TO INT}((N-A)/2)$ | ⑧ | $A \text{ TO INT}((N-A)/2)+1$ |

ケ に当てはまるものを、次の①～⑤の中から一つ選べ。

- | | | | | | |
|---|-------|---|---------|---|---------|
| ① | B | ⑥ | $B+A$ | ② | $B-A$ |
| ③ | $N-B$ | ⑦ | $N-A-B$ | ⑤ | $N+A-B$ |

コ に当てはまるものを、次の①～⑤の中から一つ選べ。

- | | | | | | |
|---|-------------|---|-------------|---|-------------|
| ① | $A < B+C$ | ⑥ | $B < A+C$ | ② | $C < A+B$ |
| ③ | $A < B+C+1$ | ⑦ | $B < A+C+1$ | ⑤ | $C < A+B+1$ |

サ に当てはまるものを、次の①～⑤の中から一つ選べ。

- | | | | | | |
|---|-----------------------|---|-----------------------|---|-------------------------|
| ① | $X=X+\text{INT}(N/2)$ | ⑥ | $X=X+\text{INT}(N/3)$ | ② | $X=X+\text{INT}(A/2)+1$ |
| ③ | $X=X+A-1$ | ⑦ | $X=X+A$ | ⑤ | $X=X+1$ |

変更後のプログラムを実行して、Nに13を入力したとき、150行で出力されるXの値はシである。